УДК 656.25(075)

С.Ж.Қабақбаев[1,a], А.С.Қабдул[1,в]
[1]Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева, г. Алматы, Казахстан
[a]zsatbay@mail.ru, [в]aida.kabdulova@mail.ru.

ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА.ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ.

Аннотация. В данной статье рассмотрены задачи разного рода, решение которых сводится к построению и вычислению определенного интеграла.

Аңдатпа. Бұл мақалада әртүрлі есептерде анықталған интегралдың шығарылу жолдары және түсіндірулері қарастырылған.

Abstract. The article deals with the different kinds of tasks, solution comes to building and calculating of different integrals.

Ключевые слова: определенный интеграл, потребительская рента.

Түйінді сөздер: анықталған интеграл, тұтынушылық рента.

Keywords: different integral, customers rent.

Рассмотрим работу склада на предприятии. Вычислим затраты на хранения запасов сырья на складе предприятия.

Предположим, что сырье завозиться на склад партиями объемом P единиц в моменты, когда все сырье из предыдущей партии израсходовано. Затраты хранение 1 единицы сырья в течение 1 единицы времени постоянны и равны c. Вычислим затраты хранение сырья одной партии при условии, что сырье расходуется предприятием непрерывно.

На рисунке 1 изображена непрерывная функция y=p(t) , то есть зависимость величины y – уровня запаса сырья на складе от времени t при t €[T_1,T_2].

Пусть T_1– момент поступления на склад очередной партии сырья, а T_2–момент поступления следующей партии, P - объем партии сырья. Очевидно, что p(T_1)=P, p(T_2)=0.

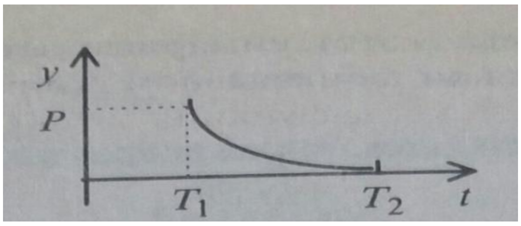

Рисунок 1

В следующем на рисунке 2 рассмотрим разбиение $\tau_n = \{t_0, t_1, \dots, t_n\}$ промежутка[T_1,T_2]. Тут изображен график ступенчатой функции, выражающий зависимость сырья от времени.

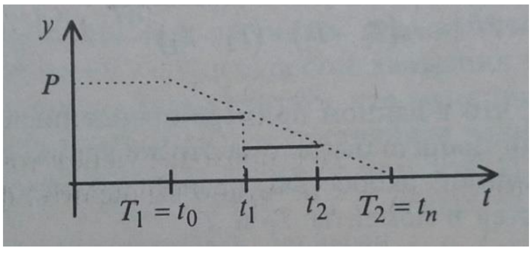

Рисунок 2

$$S_n = c * \sum_{i=1}^{n} p(t_i)(t_i - t_{i-1}) \qquad (1)$$

То есть по этой формуле мы можем вычислить затраты на хранения сырья на складе предприятия.

На рисунке 3 изображена функция y=p(t) линейна, то есть сырье расходуется предприятием равномерно убывает.

y=kx+b – формула прямой линии

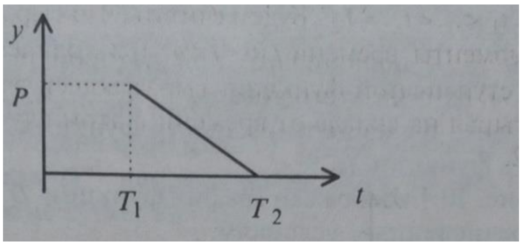

Рисунок 3

График функции y=p(t) проходит через точки(T_1,P) и(T_2,0), следовательно, как нетрудно вычислить, функция имеет вид

$$y = -\frac{P}{T_2 - T_1} t + \frac{PT_2}{T_2 - T_1}$$

Т.е. с помощью формулы угол коэффициента прямой линии $k = -\frac{P}{T_2 - T_1}$, $b = \frac{PT_2}{T_2 - T_1}$

Если бы в течение периода времени на складе хранилась бы половина партии,то затраты на хранение партии сырья равны

$$S = \int_{T_1}^{T_2} c(kt + b)dt \quad = c\frac{P}{2}(T_2 - T_1) \qquad (2)$$

Пример 1. Вычислим средний уровень запаса сырья на складе предприятия в период между двумя ближайшими поставками сырья. По формуле:

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \quad \text{формула среднего значении} \qquad (3)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2} p(t)dt.$$

В рассмотренном выше случае линейной функции y=p(t)=kt+b имеем

$$\bar{y} = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2} (kt + b)dt$$

Учитывая, что $k = -\frac{P}{T_2 - T_1}$, $b = -\frac{PT_2}{T_2 - T_1}$, после несложных преобразований получим

$$\bar{y} = \frac{1}{T_2 - T_1} * \frac{P}{2}(T_2 - T_1) = \frac{P}{2}$$

Т.е. средний уровень запаса сырья на складе в период [T_1,T_2] равен половине объема партии.

Потребительская рента

На рисунке 4 изображен график обратной функцииD^{-1}: p=$D^{-1}(q)$.

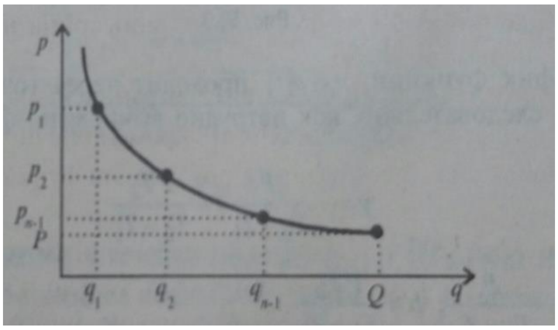

Рисунок 4

p – цена товара

q-единица этого товара которая будет куплено потребителем.

Фирма является монополистом некоторого товара и , следовательно, она назначает его цену.

В первом случае сначала фирма назначает цену $p_1 = D^{-1}(q_1)$ и продает таким образом q_1единиц товара. Если фирма захочет продать еще Δq единиц, то ей придется снизить цену до $p_2 = D^{-1}(q_2)$, чтобы привлечь потребителей, готовых купить товар по цене p_2, но не имеющих возможности приобрести его по цене p_1. Постепенно цену до $P = D^{-1}(Q)$, фирма привлекает новые группы потребителей и в итоге продает товар в количествеQ. Суммарная выручка фирмы будет при этом

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} D^{-1}(q_i) * \Delta q \qquad (4)$$

Во втором случае, если же фирма сразу назначает цену P, то она продает Q единиц товара, и выручка ее будет равна P*Q.

$$\int_0^Q D^{-1}(q)\,dq - P * Q \qquad (5)$$

называется ***потребительской рентой***. Эта величина характеризует количество денег, сэкономленных потребителями в совокупности при покупке ими Q единиц товара по ценеPпри условии, что зависимость цены от спроса на данный товар выражается функцией D^{-1} .

На 5 рисунке показана геометрическая интерпретация потребительской ренты, как площади фигуры, ограниченной графиком функции D^{-1}.

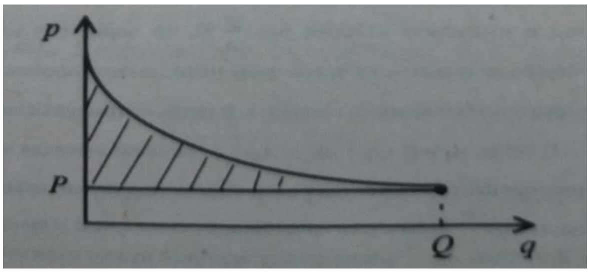

Рисунок 5

Пример 2. Рассмотрим функцию спроса на некоторый товар

$q = D(p) = \sqrt{\frac{20}{p}} - 1$. Вычислим потребительскую ренту при уровне продажи товара Q=9 единиц. Для этого найдем обратную функцию к D :$p = D^{-1}(q) = \frac{20}{(q+1)^2}$.Тогда

Р $= D^{-1}(Q) = \frac{20}{(Q+1)^2} = 0{,}2$. Потребительская рента равна

$$\int_0^Q D^{-1}(q)dq - P * Q = \int_0^9 \frac{20}{(q+1)^2}dq - 0.2 * 9 = 16{,}2$$

Вывод: Математическое понятие определенного интеграла дало возможность ввести характеристику функции спроса – потребительскую ренту.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
[2] Кудрявцева Л.Д.Краткий курс математического анализа.- М.: Высшая школа, 1981.